

Épreuve anticipée de Mathématiques

Voie générale : candidats suivant l'enseignement de spécialité de Mathématiques

Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

Ne pas rendre le sujet, seulement l'annexe complétée mise en page 5

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez sur l'annexe la lettre correspondant à la réponse correcte.

Question 1

L'inverse du carré de 0,2 est :

- a. $\frac{1}{0,4}$ b. $\frac{2}{0,04}$ c. 25 d. -25

Question 2

Un vélo coûte 450 €. Son prix augmente de 20 %. Le prix après cette augmentation est :

- a. 470 € b. 510 € c. 540 € d. 570 €

Question 3

Une augmentation de 30 % suivie d'une diminution de 30 % équivaut à :

- a. une augmentation de 9 % b. une diminution de 9 %
c. aucune variation d. une diminution de 30 %

Question 4

Dans un club sportif, 60 % des membres sont des hommes. Parmi les hommes, 75 % pratiquent la compétition. La proportion des hommes en compétition par rapport à l'ensemble du club est égale à :

- a. 45 % b. 15 % c. 75 % d. 35 %

Question 5

On considère le nombre $N = \frac{3^4 \times 10^2}{9 \times 5^2}$. On a :

- a. $N = 18$ b. $N = 9$ c. $N = 36$ d. $N = 12$

Question 6 :

Une machine industrielle consomme $2,16 \times 10^7$ joules en 2 heures. Sachant que $1 \text{ W} = 1 \text{ J/s}$, quelle est sa puissance en watts (W) ?

- a. 3 000 W b. 10 800 W c. 6 000 W d. 2 160 W

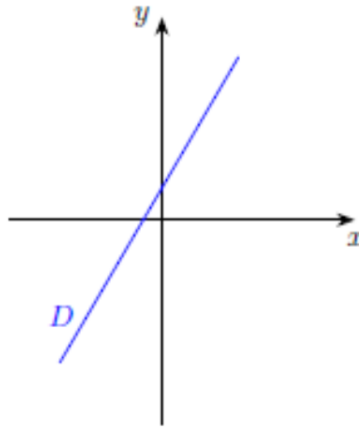
Question 7

Le plan est muni d'un repère orthogonal. On note d la droite passant par les points $A(\sqrt{3}; 2)$ et $B(1; 2\sqrt{3})$. Le coefficient directeur de la droite d est égal à :

- a. -2 b. $-\sqrt{3}$ c. $\sqrt{3}$ d. $-\frac{1}{2}$

Question 8

On a représenté ci-dessous une droite D .



Parmi les quatre équations ci-dessous, la seule susceptible de représenter la droite est :

- a. $2x + 3x = 0$ b. $2x - 6y + 3 = 0$
 c. $2x + 6y + 3 = 0$ d. $2x + y + 1 = 0$

Question 9

On note S l'ensemble des solutions de l'équation $x^2 = \frac{9}{5}$ sur \mathbb{R} . On a :

- a. $S = \left\{ \frac{3}{\sqrt{5}} \right\}$ b. $S = \left\{ -\frac{3\sqrt{5}}{5}; \frac{3\sqrt{5}}{5} \right\}$ c. $S = \left\{ -\frac{3}{5}; \frac{3}{5} \right\}$ d. $S = \emptyset$

Question 10

L'expression factorisée de $4x^2 - (x + 1)^2$ est :

- a. $(x - 1)(3x + 1)$ b. $(3x - 1)(5x + 1)$ c. $(3x - 1)^2$ d. $(x + 1)(3x + 1)$

Question 11

L'énergie E (en joules) stockée dans un condensateur de capacité C (en farads) soumis à une tension U (en volts) est donnée par la formule : $E = \frac{1}{2}CU^2$

- a. $U = \frac{2E}{C}$ b. $U = \sqrt{\frac{2E}{C}}$ c. $U = \sqrt{\frac{E}{2C}}$ d. $U = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{E}{C}}$

Question 12

La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (4 - 2x)(x + 3)$ admet pour tableau de signes :

a.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

b.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

c.

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

d.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

DEUXIÈME PARTIE (14 points)**Exercice 1**

Le gazon d'un champ de $5\,000\text{ m}^2$ est envahi par des pissenlits qui détruisent 20 % de la surface en un an. Chaque automne, Catherine sème 250 m^2 de gazon à la place des pissenlits. On pose $p_0 = 5\,000$ la surface initiale en m^2 de pelouse et p_n la surface à la fin de n années où $n \in \mathbb{N}$.

- Calculer la surface de pelouse au bout d'une et deux années.
- Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, p_{n+1} en fonction de p_n .
- On définit, pour tout entier naturel n , la suite (v_n) par : $v_n = p_n - 1250$.
 - Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera les éléments caractéristiques.
 - Montrer que : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = 3750 \times 0,8^n$ et en déduire une expression de p_n en fonction de n .
- Quelle sera l'aire de gazon sans pissenlit au bout de 10 ans ?

Aide au calcul : $0,8^{10} \approx 0,1$
--
- Compléter le programme mis en annexe pour qu'il donne le nombre d'années nécessaires à partir duquel la surface de gazon sera inférieure ou égale à $1\,500\text{ m}^2$.

Exercice 2

Dans tout le problème, les probabilités seront en écriture fractionnaire irréductible.

Pierre pratique la course à pied plusieurs fois par semaine. Il a trois parcours différents, notés A, B et C et deux types de séances d'entraînement : Endurance, notée E et Vitesse, notée V.

Chaque fois que Pierre va courir, il choisit un parcours (A, B ou C), puis un type d'entraînement (E ou V). Pierre va courir aujourd'hui.

On considère les événements suivants : A : « Pierre choisit le parcours A » ; B : « Pierre choisit le parcours B » ; C : « Pierre choisit le parcours C » ; E : « Pierre fait une séance d'endurance » ; V : « Pierre fait une séance de vitesse ».

On sait que :

- Pierre choisit le parcours A dans 30 % des cas et le parcours B dans 20 % des cas ;
- si Pierre choisit le parcours A, alors il fait une séance d'endurance dans 40 % des cas ;
- si Pierre choisit le parcours B, alors il fait une séance d'endurance dans 80 % des cas ;
- Pierre fait une séance d'endurance dans 70 % des cas.

- Faire un arbre de probabilité décrivant la situation (sur l'annexe).
- Déterminer la probabilité que Pierre choisisse le parcours A et une séance de vitesse.
- (a) Montrer que $P(E \cap A) = \frac{3}{25}$
(b) Pierre fait une séance d'endurance. Quelle est la probabilité qu'il ait choisi le parcours A ?
- On sait que Pierre a choisi le parcours C. Quelle est la probabilité qu'il fasse une séance d'endurance ?

Exercice 3

On considère la fonction h définie et dérivable sur \mathbb{R} par :

$$h(x) = \frac{3e^x}{x^2 + 1}$$

- Déterminer la fonction dérivée h' de h sur \mathbb{R} .
- Donner l'équation de la tangente T à C_h au point d'abscisse 0.
- Étudier le signe de la fonction dérivée h' sur \mathbb{R} et en déduire le tableau de variation de h sur \mathbb{R} .

NOM Prénom :

Barème :

	QCM	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3
Total	6	6	4	4

Annexe de la première partie - réponse au QCM :

Question	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Réponse												

Annexe de l'exercice 1

```
def gazon( ) :
    p = 5000
    n = 0
    while p...
        p = ...
        n = n+1
    return(n)
```

Annexe de l'exercice 2

Arbre pondéré :

